Introducción a la mecánica de fluidos computacional

Adrián Navas Montilla, Pilar García Navarro
y Javier Fernández Pato

PRENSAS DE LA UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA

INTRODUCCIÓN A LA MECÁNICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL

Adrián Navas Montilla, Pilar García Navarro y Javier Fernández Pato

PRENSAS DE LA UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA

1.ª edición, 2021

Colección de Textos Docentes, n.º 300

Prensas de la Universidad de Zaragoza. Edificio de Ciencias Geológicas, c/ Pedro Cerbuna, 12, 50009 Zaragoza, España. Tel.: 976 761 330. Fax: 976 761 063
puz@unizar.es http://puz.unizar.es

Esta editorial es miembro de la UNE, lo que garantiza la difusión y comercialización de sus publicaciones a nivel nacional e internacional.

ISBN 978-84-1340-233-8
Impreso en España
Imprime: Servicio de Publicaciones. Universidad de Zaragoza
D.L.: Z 1632-2020

1. Introducción

Una de las herramientas más potentes de la física es la modelización matemática. En toda modelización hay dos niveles de aproximación: la descripción matemática de la realidad física a través de un conjunto de leyes y relaciones entre las variables que representan el fenómeno reflejado en las ecuaciones, y la resolución de estas ecuaciones, para lo cual a menudo se requieren procedimientos de tipo numérico. Dentro del campo de la Mecánica de Fluidos, se denomina CFD (Computational Fluid Dynamics) al arte de aproximar las integrales y derivadas de las ecuaciones por expresiones algebraicas discretas que, una vez resueltas, proporcionan valores numéricos que permiten representar el campo fluido con la ayuda de ordenadores y herramientas informáticas adecuadas.

Puede decirse por lo tanto que la CFD ofrece una predicción del flujo fluido utilizando:

- *Modelos matemáticos* basados en ecuaciones diferenciales y/o integrales que representen los fenómenos de interés.

- *Métodos numéricos* que permiten aproximar numéricamente dichas ecuaciones. Estos métodos serán implementados en un código de simulación que se ejecutará en un determinado hardware.

- *Herramientas de software* para el pre- y post-procesado de la información.

El proceso habitual para la resolución de un problema utilizando CFD se muestra en la Figura 1.1, resaltando los pasos fundamentales que se llevan a cabo: modelización matemática de los fenómenos de interés, discretización del modelo matemático (método numérico) y del dominio espacial (malla de cálculo), implementación de los métodos numéricos en un código de simulación, ejecución de la simulación y post-procesado de los resultados.

Con todo ello, la CFD permite que los científicos y los ingenieros realicen *experimentación numérica* (simulaciones por ordenador) en un *laboratorio virtual*. Puede proporcionar información acerca de patrones del flujo que serían difíciles, caros o imposibles de estudiar mediante técnicas experimentales tradicionales. Como regla general, la CFD no es la alternativa completa a las medidas pero la cantidad de experimentación y el coste general pueden

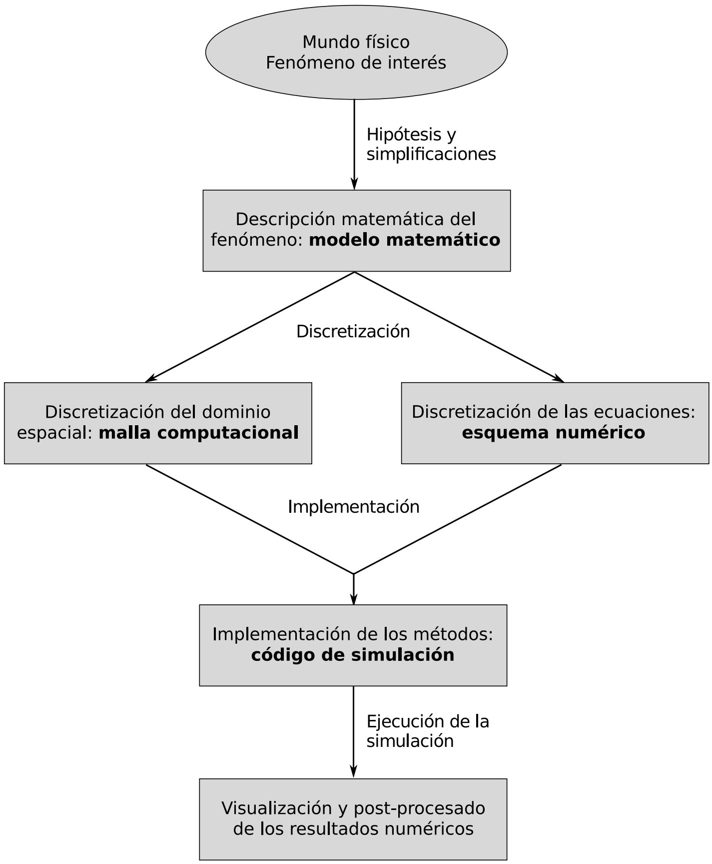

FIGURA 1.1. Proceso habitual para la resolución de un problema utilizando CFD.

reducirse significativamente. Sin embargo, los resultados de la CFD nunca son completamente fiables debido a que:

- Los datos de entrada pueden incluir imprecisiones e incertidumbre.
- El modelo matemático escogido para describir el problema puede ser inadecuado.
- Las soluciones numéricas pueden sufrir ciertas anomalías numéricas, inherentes a los métodos de discretización de las ecuaciones.
- La precisión de los resultados está condicionada por la potencia de cálculo disponible.

Para que un modelo matemático sea útil, hay que elegir adecuadamente las leyes que describen la situación real y la facilidad con que las ecuaciones puedan ser resueltas para obtener soluciones precisas. Según la técnica adoptada en la resolución de las ecuaciones y las herramientas computacionales utilizadas, los resultados numéricos se aproximarán mejor o peor a la solución analítica exacta de las ecuaciones diferenciales. Aunque se pudieran resolver exactamente dichas ecuaciones, las predicciones del modelo podrían diferir de lo observado si la estructura matemática no es capaz de contener todos los fenómenos físicos relevantes; es decir, cuando las hipótesis del modelo sean violadas.

Es difícil saber con exactitud cuándo se están cometiendo los mayores errores en Mecánica de Fluidos, en parte porque no se conoce la solución exacta del sistema de ecuaciones, excepto en situaciones muy simples. Conociendo dicha solución en casos prácticos, se podría comparar con las medidas experimentales y con los cálculos para saber si el modelo usado y las técnicas numéricas empleadas son las adecuadas.

La opción de la modelización numérica frente a las técnicas experimentales viene dictada a menudo porque los costes económicos son mucho más altos en este segundo caso. Además, en algunas ocasiones, resulta más accesible que las instalaciones requeridas para los montajes experimentales; y la cantidad de información obtenida en un experimento es, en general, más reducida que la obtenida por vía computacional. Se trata de dos herramientas distintas y complementarias con las cuales se puede abordar un problema determinado.

Se puede calibrar el comportamiento de los métodos numéricos de resolución de las ecuaciones ante situaciones con solución analítica o exacta pero es difícil encontrar situaciones de este tipo. Los casos en que esto se produce no tienen mucha utilidad práctica pero es el único medio para comprobar la calidad y capacidad de las discretizaciones utilizadas, que es de capital importancia para conseguir resultados precisos y fiables.

Los métodos numéricos se han convertido en una herramienta muy común tanto en situaciones estacionarias como transitorias de sistemas fluidos. En particular, ha sido ampliamente estudiada la aplicación de diferencias y volúmenes finitos en los esquemas numéricos para ecuaciones de evolución temporal. En este texto se van a abordar métodos numéricos bajo el punto de vista de las diferencias finitas y los volúmenes finitos en aproximación unidimensional y bidimensional. Los métodos de volúmenes finitos tratan de combinar lo mejor de los métodos de elementos finitos, su flexibilidad geométrica, con lo mejor de los métodos en diferencias finitas, su flexibilidad en la definición del flujo discreto (valores discretos de las variables dependientes y sus flujos asociados). Podríamos concluir entonces que los métodos en volúmenes finitos son los más ventajosos. La dificultad en estos métodos, radica en la definición de las derivadas ya que no existe ningún mecanismo, como la formulación débil en el caso de elementos finitos, que pueda convertir derivadas de alto orden en otras de orden menor. Por ello, los métodos en volúmenes finitos son más apropiados para problemas donde no haya términos viscosos o donde no sean muy importantes.

Los métodos explícitos son atractivos gracias a su simplicidad de programación. Las variables se evalúan en cada punto de la malla a través de cálculos algebráicos simples teniendo en cuenta los valores de las variables ya conocidos en el instante de tiempo anterior. Por otro lado, el paso de tiempo tiene que restringirse por posibles problemas de estabilidad. Otra opción la constituyen los esquemas implícitos, en los cuales las variables se calculan simultáneamente en el tiempo futuro, a través de la resolución de un sistema de ecuaciones con tantas incógnitas como nodos en la malla. Si el problema no es lineal, el sistema algebráico tampoco lo es, por lo que se requiere una linealización del problema o un método iterativo para resolverlo. Este trabajo "extra", normalmente viene recompensado por la condición de estabilidad incondicional, permitiendo que los pasos de tiempo sean tan grandes como se quiera. Por lo tanto, son candidatos ideales para el cálculo de estados estacionarios.

Pero esto no es lo único importante. En general, el tiempo de simulación requerido por un modelo CFD, y en última instancia su eficiencia computacional (ratio entre precisión y tiempo computacional) depende de:

- La elección del esquema numérico y de la estructura de datos.
- Las herramientas de álgebra lineal utilizadas y los criterios adoptados en los algoritmos iterativos.
- Los parámetros de discretización (calidad y tamaño de malla, paso de tiempo).
- El lenguaje de programación.

- La técnica de programación (programación en serie, vectorización, paralelización, etc.) y el hardware utilizado (un único procesador, multiples procesadores, aceleradores gráficos, etc.).

Además, los modelos de CFD deben ser verificados y validados para ser fiables. La verificación consiste en eliminar los errores numéricos respondiendo a la pregunta: *¿Estamos resolviendo bien las ecuaciones?* Para ello es preciso estar atentos a:

- La convergencia de algorimos iterativos examinando los residuos y errores y verificando que se reducen por debajo de la tolerancia establecida. Esto es lo habitual en el caso de simulación de flujo estacionario.

- La consistencia con la formulación, vigilando que se satisfacen los principios de conservación formulados.

- La convergencia: cuando se refina la malla, los errores de discretización deberían tender a cero. Es fundamental realizar un análisis de convergencia con el refinamiento de malla para poder elegir un tamaño de celdas en el cual los errores numéricos sean pequeños.

- La comparación de resultados computacionales con soluciones exactas y analíticas disponibles de casos test representativos.

Por último, la validación supone averiguar si los resultados del modelo son adecuados para fines prácticos. Consiste en responder a la pregunta: *¿Estamos resolviendo las ecuaciones adecuadas?* Para ello es conveniente

- Comparar los resultados con datos experimentales disponibles.

- Realizar análisis de sensibilidad y estudios paramétricos para establecer la incertidumbre inherente a la comprensión insuficiente del proceso físico.

- Intentar usar distintos modelos, geometrías y condiciones iniciales y de contorno.

Índice

ISBN 978-84-1340-233-8

TECNOLÓGICAS

colección
textos docentes

Prensas de la Universidad
Universidad Zaragoza
1542